



## Mimozemšťania

Náš satelit práve odhalil existenciu vesmírnej civilizácie na vzdialenej planéte. Už sme dostali snímku s nízkym rozlíšením. Na snímke je štvorcová oblasť planéty. Snímka obsahuje mnoho znakov inteligentného života. Naši experti identifikovali na snímke  $n$  zaujímavých bodov. Body sú očíslované od  $0$  po  $n - 1$ . Naším cieľom je získať snímky s vysokým rozlíšením, ktoré budú obsahovať týchto  $n$  zaujímavých bodov.

Interne má satelit oblasť, ktorú odfotil s nízkym rozlíšením, rozdelenú na mriežku  $m \times m$  rovnako veľkých štvorcových políčok. Riadky aj stĺpce mriežky sú očíslované od  $0$  po  $m - 1$  (zhora nadol a zľava doprava). Políčko v  $s$ -tom riadku a  $t$ -tom stĺpci označíme  $(s, t)$ . Zaujímavý bod číslo  $i$  sa nachádza na políčku  $(r_i, c_i)$ . Každé políčko môže obsahovať ľubovoľný počet zaujímavých bodov.

Náš satelit je na stabilnej obežnej dráhe, ktorá prechádza priamo nad hlavnou diagonálou mriežky. Hlavná diagonála je úsečka, ktorá spája ľavý horný a pravý dolný roh mriežky. Satelit môže s vysokým rozlíšením nasnímať ľubovoľnú oblasť, ktorá spĺňa nasledovné podmienky:

- tvar oblasti je štvorec,
- dva protilahlé rohy tohto štvorca ležia na hlavnej diagonále mriežky,
- každé políčko mriežky je buď úplne vo vnútri snímanej oblasti alebo je úplne mimo nej.

Satelit je schopný urobiť najviac  $k$  snímok s vysokým rozlíšením.

Po urobení snímok satelit odošle na našu domácu základňu snímky s vysokým rozlíšením. Presnejšie, pre každé políčko mriežky, ktoré bolo aspoň na jednej fotografii, satelit odošle na Zem jeho fotografiu vo vysokom rozlíšení. Zdôrazňujeme, že dáta pre každé zosnímané políčko budú odoslané **len jedenkrát**, aj keď políčko bolo nasnímané viackrát. Satelit odošle dáta o všetkých políčkach, ktoré aspoň raz odfotil, bez ohľadu na to, či obsahujú niektorý z  $n$  zaujímavých bodov.

Teda je potrebné vybrať nanajvýš  $k$  štvorcových oblastí, ktoré satelit odfotí. Pritom musí platiť:

- každé políčko obsahujúce aspoň jeden zaujímavý bod je aspoň na jednej snímke,
- celkový počet políčok, ktoré budú aspoň raz odfotené, je čo najmenší.

Vašou úlohou je nájsť najmenší možný celkový počet zosnímaných políčok.

### Implementačné detaily

Vašou úlohou je naprogramovať funkciu:

- `int64 take_photos(int n, int m, int k, int[] r, int[] c)`
  - $n$ : počet zaujímavých bodov,

- $m$ : počet riadkov (a tiež stĺpcov) mriežky,
- $k$ : maximálny počet snímok, ktorý môže satelit urobiť,
- $r$  a  $c$ : dve polia dĺžky  $n$  popisujúce súradnice políčok mriežky, ktoré obsahujú zaujímavé body. Pre  $0 \leq i \leq n - 1$ ,  $i$ -ty zaujímavý bod je umiestnený na políčku  $(r[i], c[i])$ .
- Funkcia vráti najmenší možný celkový počet políčok, ktoré sú zosnímané aspoň jedenkrát (za predpokladu, že snímkovanie pokrýva všetky zaujímavé body).

Pre lepšie pochopenie konkrétnej implementácie vo vami zvolenom jazyku nahliadnite do priložených ukážkových súborov.

## Príklady

### Príklad 1

`take_photos(5, 7, 2, [0, 4, 4, 4, 4], [3, 4, 6, 5, 6])`

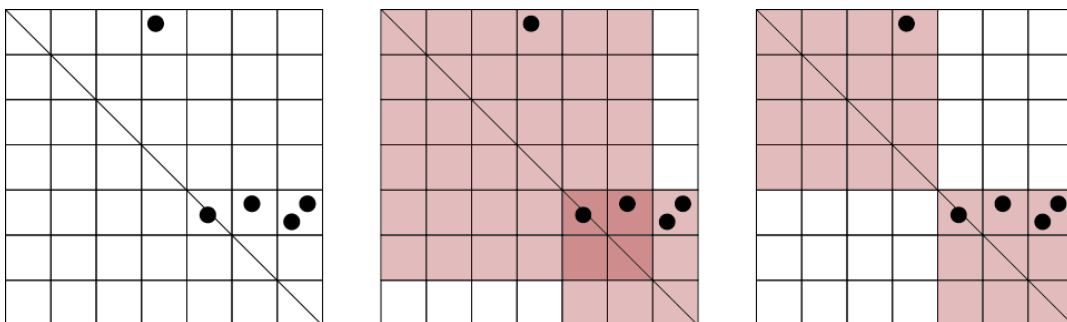
V tomto príklade máme mriežku  $7 \times 7$  s 5 zaujímavými bodmi. Tieto body sú umiestnené v štyroch rôznych políčkach:  $(0, 3)$ ,  $(4, 4)$ ,  $(4, 5)$  a  $(4, 6)$ . Môžete spraviť najviac 2 snímky s vysokým rozlíšením.

Jedna možnosť zachytenia všetkých piatich zaujímavých bodov pomocou dvoch snímok vyzerá nasledovne: jedna snímka veľkosti  $6 \times 6$  s políčkami od  $(0, 0)$  po  $(5, 5)$  a druhá snímka veľkosti  $3 \times 3$  s políčkami od  $(4, 4)$  po  $(6, 6)$ . Keď satelit urobí tieto dve snímky, vyšle následne na Zem dáta o 41 políčkach. Tento počet však nie je optimálny.

Optimálne riešenie odfoťí štvorec rozmerov  $4 \times 4$  obsahujúci políčka od  $(0, 0)$  po  $(3, 3)$  a štvorec veľkosti  $3 \times 3$  obsahujúci políčka od  $(4, 4)$  po  $(6, 6)$ . Následne stačí odoslať dáta o 25 políčkach. Tento výsledok je optimálny, preto `take_photos()` vráti hodnotu 25.

Poznamenanajme, že aj políčko  $(4, 6)$  stačí zosnímať len jedenkrát, aj keď obsahuje dva zaujímavé body.

Tento príklad je znázornený na obrázku nižšie. Ľavý obrázok znázorňuje mriežku, ktorá zodpovedá tomuto príkladu. Stredný obrázok znázorňuje neoptimálne riešenie, v ktorom je zosnímaných 41 políčok. Pravý obrázok znázorňuje optimálne riešenie.

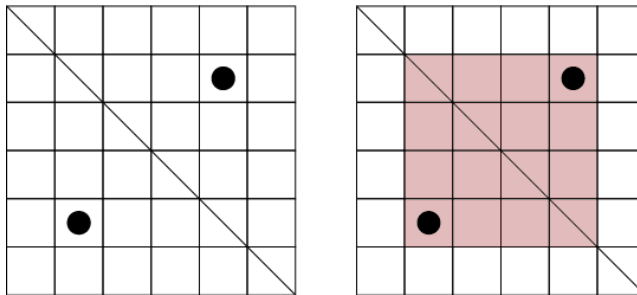


## Príklad 2

`take_photos(2, 6, 2, [1, 4], [4, 1])`

Tu máme 2 zaujímavé body umiestnené symetricky na políčkach  $(1, 4)$  a  $(4, 1)$ . Každá snímka, ktorá obsahuje jeden z týchto bodov, obsahuje aj druhý. Preto je postačujúce použiť jedinú snímku.

Obrázok nižšie znázorňuje tento príklad a jeho optimálne riešenie. V tomto riešení satelit zachytí na jednej snímke 16 políček.



## Podúlohy

Pre všetky podúlohy,  $1 \leq k \leq n$ .

1. (4 body)  $1 \leq n \leq 50$ ,  $1 \leq m \leq 100$ ,  $k = n$ ,
2. (12 bodov)  $1 \leq n \leq 500$ ,  $1 \leq m \leq 1\,000$ , pre všetky  $i$  také, že  $0 \leq i \leq n - 1$ ,  $r_i = c_i$ ,
3. (9 bodov)  $1 \leq n \leq 500$ ,  $1 \leq m \leq 1\,000$ ,
4. (16 bodov)  $1 \leq n \leq 4\,000$ ,  $1 \leq m \leq 1\,000\,000$ ,
5. (19 bodov)  $1 \leq n \leq 50\,000$ ,  $1 \leq k \leq 100$ ,  $1 \leq m \leq 1\,000\,000$ ,
6. (40 bodov)  $1 \leq n \leq 100\,000$ ,  $1 \leq m \leq 1\,000\,000$ .

## Ukázkový grader

Ukázkový grader číta vstup v nasledujúcom formate:

- riadok 1: celé čísla  $n$ ,  $m$  a  $k$ ,
- riadok  $2 + i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ): celé čísla  $r_i$  a  $c_i$ .