



---

## Alieni

Il nostro satellite ha appena scoperto una civiltà aliena su un lontano pianeta. Abbiamo già preso una foto a bassa risoluzione di una regione del pianeta, di forma quadrata, che mostra molti segni di vita intelligente. I nostri esperti hanno identificato  $n$  punti di interesse nella foto, numerati da  $0$  a  $n - 1$ . Ora vogliamo scattare delle foto ad alta risoluzione che contengano tutti questi  $n$  punti.

Internamente, il satellite ha suddiviso la regione della foto a bassa risoluzione in una griglia  $m$  per  $m$  di celle quadrate di lato unitario. Le righe e le colonne sono numerate consecutivamente da  $0$  a  $m - 1$  (dall'alto e da sinistra, rispettivamente). Usiamo  $(s, t)$  per denotare la cella nella riga  $s$  e nella colonna  $t$ . Il punto numero  $i$  è posto all'interno della cella  $(r_i, c_i)$ . Ogni cella può contenere un arbitrario numero di questi punti.

Il nostro satellite è in un'orbita stabile che passa direttamente sopra la diagonale *principale* della griglia. La diagonale principale è la diagonale che collega il vertice in alto a sinistra con il vertice in basso a destra della griglia.

Il satellite può scattare una foto ad alta risoluzione di ogni regione che soddisfi le seguenti condizioni:

- la regione è un quadrato,
- due vertici opposti di questo quadrato sono sulla diagonale principale della griglia,
- ogni cella della griglia è o completamente all'interno o completamente all'esterno della regione fotografata.

Il satellite può scattare al più  $k$  foto ad alta risoluzione.

Dopo aver finito di fotografare, il satellite trasmetterà alla base le foto ad alta risoluzione di ogni cella fotografata (indipendentemente dal fatto che questa cella contenga o meno punti di interesse). I dati per ogni cella fotografata saranno trasmessi *solo una volta*, anche se la cella è stata fotografata più volte.

Dobbiamo scegliere  $k$  regioni quadrate da fotografare, assicurandoci che:

- ogni cella contenente almeno un punto di interesse sia fotografata almeno una volta, e
- il numero di celle fotografate almeno una volta sia minimo.

Il tuo compito è di trovare questo minimo numero totale di celle fotografate.

### Dettagli di implementazione

Devi implementare la seguente funzione (metodo):

- `int64 take_photos(int n, int m, int k, int[] r, int[] c)`
  - `n`: il numero di punti di interesse,
  - `m`: il numero di righe (e di colonne) nella griglia,
  - `k`: il massimo numero di foto che il satellite può scattare,
  - `r` e `c`: due array di lunghezza `n` che descrivono le coordinate delle celle della griglia contenenti i punti di interesse. Per ogni indice `i` compreso tra `0` ed `n - 1`, l'`i`-esimo punto di interesse è nella cella `(r[i], c[i])`,
  - la funzione deve restituire il minor numero possibile di celle fotografate almeno una volta (con la condizione che le foto devono coprire tutti i punti di interesse).

Vedi i template forniti per ulteriori dettagli di implementazione nel tuo linguaggio di programmazione.

## Esempi

### Esempio 1

`take_photos(5, 7, 2, [0, 4, 4, 4, 4], [3, 4, 6, 5, 6])`

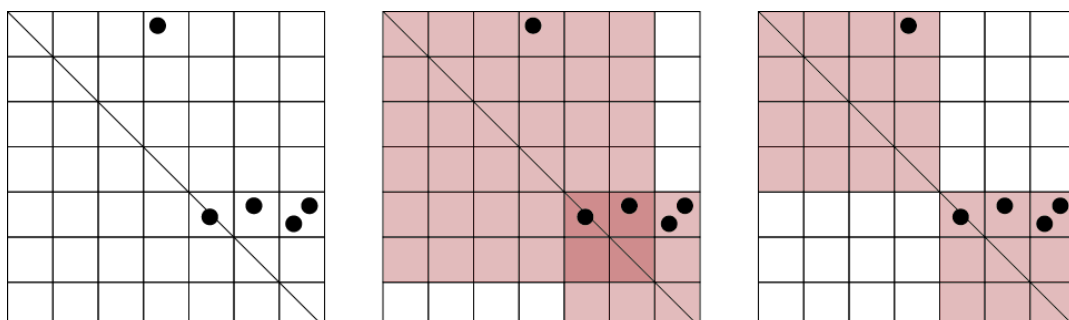
In questo esempio abbiamo una griglia  $7 \times 7$  con 5 punti di interesse. I punti di interesse sono posti in quattro celle:  $(0, 3)$ ,  $(4, 4)$ ,  $(4, 5)$ ,  $(4, 6)$ . Puoi scattare al più 2 foto ad alta risoluzione.

Un modo di catturare tutti i cinque punti di interesse è di scattare due foto: una con il quadrato  $6 \times 6$  contenente le celle  $(0, 0)$  e  $(5, 5)$  come vertici, e un'altra del quadrato  $3 \times 3$  contenente le celle  $(4, 4)$  e  $(6, 6)$  come vertici. Se il satellite scatta queste foto, dovrà trasmettere dati riguardo a 41 celle. Questa strategia non è ottima.

La soluzione ottima scatta una foto del quadrato  $4 \times 4$  contenente le celle  $(0, 0)$  e  $(3, 3)$ , e un'altra foto del quadrato  $3 \times 3$  contenente le celle  $(4, 4)$  e  $(6, 6)$ . In questo modo sono fotografate solo 25 celle, e questa è la soluzione ottima. Quindi `take_photos` deve restituire 25.

Nota che è sufficiente fotografare la cella  $(4, 6)$  una sola volta, anche se contiene due punti di interesse.

Questo esempio è rappresentato nelle figure qui di seguito. Al centro, la soluzione subottimale, con 41 celle fotografate. A destra, la soluzione ottima.

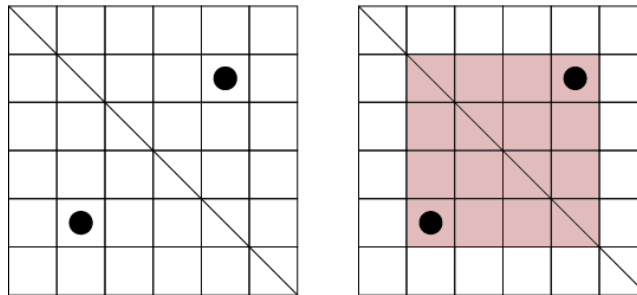


## Esempio 2

`take_photos(2, 6, 2, [1, 4], [4, 1])`

In questo caso abbiamo **2** punti di interesse posti simmetricamente, nelle celle  $(1, 4)$  e  $(4, 1)$ . Ogni foto valida che contiene uno dei due conterrà anche l'altro. Quindi, è sufficiente scattare una sola foto.

La figura qui sotto rappresenta l'esempio e la sua soluzione ottima. Con questa soluzione, il satellite cattura una sola foto di **16** celle.



## Subtask

In ogni subtask,  $1 \leq k \leq n$ .

1. (4 punti)  $1 \leq n \leq 50$ ,  $1 \leq m \leq 100$ ,  $k = n$ ,
2. (12 punti)  $1 \leq n \leq 500$ ,  $1 \leq m \leq 1000$ ,  $r_i = c_i$  per ogni  $0 \leq i \leq n - 1$ ,
3. (9 punti)  $1 \leq n \leq 500$ ,  $1 \leq m \leq 1000$ ,
4. (16 punti)  $1 \leq n \leq 4000$ ,  $1 \leq m \leq 1\,000\,000$ ,
5. (19 punti)  $1 \leq n \leq 50\,000$ ,  $1 \leq k \leq 100$ ,  $1 \leq m \leq 1\,000\,000$ ,
6. (40 punti)  $1 \leq n \leq 100\,000$ ,  $1 \leq m \leq 1\,000\,000$ .

## Grader di esempio

Il grader di esempio legge l'input nel formato seguente:

- riga 1: gli interi  $n$ ,  $m$  e  $k$ ,
- riga  $2 + i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ): gli interi  $r_i$  e  $c_i$ .