



Fotografie

Náš satelit právě odhalil na vzdálené planetě známky civilizace. Získali jsme fotografický snímek v nízkém rozlišení čtvercové oblast povrchu planety. Naši experti na snímku určili n důležitých bodů, které chceme blíže prozkoumat. Tyto body jsou očíslovány od 0 do $n - 1$. Nyní potřebujeme získat fotografie ve vysokém rozlišení, které budou obsahovat všech n těchto důležitých bodů.

Oblast snímku získaného v nízkém rozlišení rozdělíme mřížkou na m krát m čtvercových buněk. Řádky i sloupce buněk očísloujeme postupně celými čísly od 0 do $m - 1$ (shora dolů, resp. zleva doprava). Buňku ležící v řádku s a ve sloupci t označíme (s, t) . Bod číslo i leží v buňce (r_i, c_i) . Každá buňka může obsahovat libovolný počet těchto bodů.

Náš satelit létá kolem planety po stabilní dráze, která prochází přímo nad hlavní diagonálou mřížky. Hlavní diagonálou rozumíme úsečku spojující levý horní a pravý dolní roh mřížky. Satelit může vyfotografovat ve vysokém rozlišení jakoukoliv oblast, která splňuje následující podmínky:

- oblast má tvar čtverce,
- dva protější rohy tohoto čtverce leží na hlavní diagonále mřížky,
- každá buňka mřížky je buď celá uvnitř fotografované oblasti, nebo celá vně fotografované oblasti.

Satelit dokáže získat nejvýše k snímků ve vysokém rozlišení.

Jakmile satelit ukončí fotografování, pošle získané snímky ve vysokém rozlišení na naši domácí základnu. Neposílá ale celé snímky, odesílá je po jednotlivých buňkách. Snímek každé vyfotografované buňky pošle pouze *jednou*, i když je tato buňka obsažena ve více snímcích. Odesílá ovšem všechny vyfotografované buňky bez ohledu na to, zda obsahují některý ze zkoumaných důležitých bodů.

Naším cílem je zvolit nejvýše k čtvercových oblastí, které budeme fotografovat. Přitom musí platit:

- každá buňka obsahující alespoň jeden z důležitých bodů bude vyfotografována aspoň jednou,
- počet buněk vyfotografovaných aspoň jednou bude co nejmenší.

Vaším úkolem je určit nejmenší možný celkový počet vyfotografovaných buněk.

Implementační detaily

Implementujte následující funkci (metodu):

- `int64 take_photos(int n, int m, int k, int[] r, int[] c)`
 - n : počet důležitých bodů,

- m : počet řádků (a také sloupců) v mřížce,
- k : maximální počet snímků, které může satelit vyfotografovat
- r a c : dvě pole délky n popisující souřadnice buněk, které obsahují jednotlivé důležité body. Pro $0 \leq i \leq n - 1$ je i -tý důležitý bod umístěn v buňce $(r[i], c[i])$,
- funkce vrátí nejmenší možný celkový počet buněk, které budou vyfotografovány aspoň jednou (přičemž získané fotografie pokryjí všechny důležité body).

Použijte poskytnuté ukázkové soubory pro získání implementačních detailů ve vašem programovacím jazyce.

Příklady

Příklad 1

`take_photos(5, 7, 2, [0, 4, 4, 4, 4], [3, 4, 6, 5, 6])`

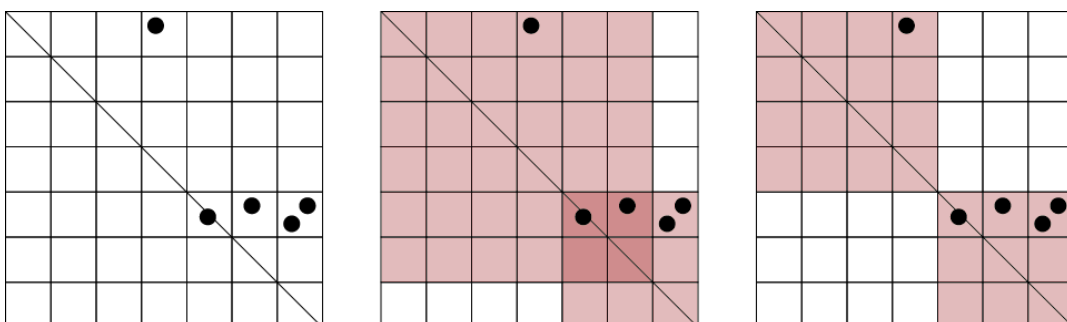
V tomto příkladu máme mřížku velikosti 7×7 s 5 důležitými body. Tyto body jsou umístěny ve čtyřech různých buňkách: $(0, 3)$, $(4, 4)$, $(4, 5)$ a $(4, 6)$. Můžete získat nejvýše 2 fotografie ve vysokém rozlišení.

Jednou možností, jak pokrýt všech pět bodů, je vyfotografovat dvě oblasti: jednu velikosti 6×6 s buňkami $(0, 0)$ a $(5, 5)$ v protějších rozích, druhou velikosti 3×3 s buňkami $(4, 4)$ a $(6, 6)$ v protějších rozích. Pokud vyfotografujeme tyto dva snímky, satelit bude odesílat data celkem 41 buněk. Tento počet není optimální.

Optimální řešení využívá jeden snímek čtvercové oblasti 4×4 obsahující buňky $(0, 0)$ a $(3, 3)$ a druhý snímek čtvercové oblasti 3×3 obsahující buňky $(4, 4)$ a $(6, 6)$. Tak budeme fotografovat pouze 25 buněk, což je nejmenší možný počet. Funkce `take_photos` bude tedy vracet hodnotu 25.

Poznamenejme, že buňku $(4, 6)$ stačí vyfotografovat jednou, i když obsahuje dva důležité body.

Popsaný příklad je znázorněn na obrázku níže. Levý obrázek ukazuje mřížku podle zadání. Prostřední obrázek zobrazuje chybné řešení se 41 vyfotografovanými buňkami. Obrázek vpravo ukazuje optimální řešení.

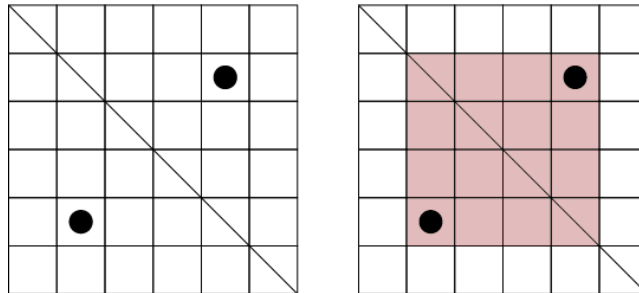


Příklad 2

`take_photos(2, 6, 2, [1, 4], [4, 1])`

Zde máme 2 dva důležité body umístěné symetricky: v buňkách $(1, 4)$ a $(4, 1)$. Jakýkoliv snímek obsahující jeden z těchto bodů bude obsahovat také druhý z nich. Proto stačí získat jednu fotografii.

Obrázek níže ukazuje tento příklad a jeho optimální řešení. V tomto řešení pořídí satelit jeden snímek s 16 vyfotografovanými buňkami.



Podúlohy

Ve všech podúlohách platí $1 \leq k \leq n$.

- (4 body) $1 \leq n \leq 50$, $1 \leq m \leq 100$, $k = n$,
- (12 bodů) $1 \leq n \leq 500$, $1 \leq m \leq 1000$, pro všechna i taková, že $0 \leq i \leq n - 1$, platí $r_i = c_i$,
- (9 bodů) $1 \leq n \leq 500$, $1 \leq m \leq 1000$,
- (16 bodů) $1 \leq n \leq 4000$, $1 \leq m \leq 1\,000\,000$,
- (19 bodů) $1 \leq n \leq 50\,000$, $1 \leq k \leq 100$, $1 \leq m \leq 1\,000\,000$,
- (40 bodů) $1 \leq n \leq 100\,000$, $1 \leq m \leq 1\,000\,000$.

Ukázkový vyhodnocovač

Ukázkový vyhodnocovač čte vstup v následujícím tvaru:

- řádek 1: celá čísla n , m , k ,
- řádek $2 + i$ ($0 \leq i \leq n - 1$): celá čísla r_i a c_i .