

## Roller Coaster Railroad

Anna trabaja en un parque de diversiones y está a cargo de la construcción de los rieles del ferrocarril para una nueva montaña rusa. Ella ya ha diseñado  $n$  secciones especiales, (convenientemente numeradas de  $0$  a  $n - 1$ ), que afectan la velocidad del tren de la montaña rusa. Ahora debe unir todas las secciones especiales y proponer un diseño final para la montaña rusa. Para los propósitos de este problema puedes asumir que la longitud del tren es cero.

Para cada  $i$  entre  $0$  y  $n - 1$ , inclusive, la sección especial  $i$  tiene dos propiedades:

- al entrar a la sección, hay un límite de velocidad: la velocidad del tren debe ser **menor o igual a**  $s_i$  km/h (Kilómetros por hora),
- al salir de la sección, la velocidad del tren deberá ser **exactamente**  $t_i$  km/h, independientemente de la velocidad con la cual el tren entró en la sección.

La montaña rusa terminada consiste en una única línea de ferrocarril que contiene las  $n$  secciones especiales en algún orden. Cada una de las  $n$  secciones debe ser utilizada exactamente una vez. Las secciones consecutivas se conectan con tramos. Anna debe elegir el orden de las  $n$  secciones y luego decidir las longitudes de cada tramo. La longitud de un tramo se mide en metros y debe ser igual a cualquier entero no-negativo (posiblemente cero).

Cada metro del tramo entre dos secciones especiales reduce la velocidad del tren en 1 km/h. Al inicio del recorrido, el tren entra a la primera sección especial, en el orden seleccionado por Anna, con una velocidad de 1 km/h.

El diseño final debe satisfacer los siguientes requerimientos:

- El tren no viola ningún límite de velocidad cuando entra en las secciones especiales;
- la velocidad del tren es positiva en todo momento.

En todas las subtareas, exceptuando la 3, tu tarea es encontrar la longitud total mínima posible de los tramos entre las secciones. En la subtarea 3, solo debes revisar que exista un diseño válido para la montaña rusa, de manera que cada tramo tenga longitud cero.

### Detalles de Implementación

Debes implementar la siguiente función (método):

- `int64 plan_roller_coaster(int[] s, int[] t)`
  - $s$ : arreglo de longitud  $n$ , velocidades de entrada máximas permitidas.

- $t$ : arreglo de longitud  $n$ , velocidades de salida.
- En todas las subtareas, exceptuando la subtarea 3, la función debe retornar la longitud total mínima posible de todos los tramos. En la subtarea 3, la función debe retornar  $0$  si existe un diseño de montaña rusa válido, de manera que cada tramo tenga longitud cero, y cualquier número entero positivo si no existe un diseño válido.

Para el lenguaje C la firma de la función es ligeramente diferente:

- `int64 plan_roller_coaster(int n, int[] s, int[] t)`
  - $n$ : el número de elementos en  $s$  y  $t$  (Por ejemplo, el número de secciones especiales),
  - los demás parámetros son iguales a los de arriba.

## Ejemplo

`int64 plan_roller_coaster([1, 4, 5, 6], [7, 3, 8, 6])`

En este ejemplo hay cuatro secciones especiales. La mejor solución es construirlas en el orden  $0, 3, 1, 2$ , y conectarlas con tramos de longitud  $1, 2, 0$  respectivamente. Así es como un tren viaja a lo largo de los rieles:

- Inicialmente la velocidad del tren es  $1$  km/h.
- El tren inicia el recorrido entrando a la sección especial  $0$ .
- El tren sale de la sección  $0$  con una velocidad de  $7$  km/h.
- Luego hay un tramo de longitud  $1$  m. Cuando el tren alcanza el final del tramo, su velocidad es de  $6$  km/h.
- El tren entra en la sección especial  $3$  con una velocidad de  $6$  km/h y sale de ella con la misma velocidad.
- Luego de salir de la sección  $3$ , el tren viaja a largo de un tramo de  $2$  m de longitud. Su velocidad se reduce a  $4$  km/h.
- El tren entra en la sección especial  $1$  con una velocidad de  $4$  km/h y sale de ella con una velocidad de  $3$  km/h.
- Inmediatamente después de la sección especial  $1$  el tren entra a la sección especial  $2$ .
- El tren sale de la sección  $2$ . Su velocidad final es  $8$  km/h.

La función debe retornar la longitud total de los tramos entre las secciones especiales:  $1 + 2 + 0 = 3$ .

## Subtareas

En todas las subtareas  $1 \leq s_i \leq 10^9$  e  $1 \leq t_i \leq 10^9$ .

1. (11 puntos):  $2 \leq n \leq 8$ ,
2. (23 puntos):  $2 \leq n \leq 16$ ,
3. (30 puntos):  $2 \leq n \leq 200\,000$ . En esta subtarea tu programa sólo tiene que

comprobar si la respuesta es cero o no. Si la respuesta no es cero, cualquier entero positivo se considerará correcto.

4. (36 puntos):  $2 \leq n \leq 200\,000$ .

### Grader de ejemplo

El grader de ejemplo lee la entrada en el siguiente formato:

- línea 1: entero  $n$ .
- línea  $2 + i$ , para  $i$  entre  $0$  y  $n - 1$ : enteros  $s_i$  y  $t_i$ .